BLOQUE ANÁLISIS

1. Halla ***a*** y ***b*** sabiendo que es continua la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x + \cos(x) + ae^x}{x^2} & si\ x \neq 0 \\ b\ si\ x = 0 \end{cases}$$

2. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to 3} \left(\frac{2x}{x^2-9} - \frac{x+1}{x-3}\right)$ b)$\lim_{x\to -\infty}\left[\sqrt{x^2+x} + x\right]$

3. Calcula las asíntotas de las siguientes funciones

a) f(x)=$\sqrt{x^2+2x}$ **b)** f(x) = $\frac{x}{x+1}$

4. Haz lo que se te indique en cada caso:

a) Determina ***a*** para que $\lim_{x\to +\infty} 2x - \sqrt{4x^2 - ax + 1} = 1$

b) Determina ***b*** para que $\lim_{x\to} \left(\frac{x+3}{x}\right)^{bx} = e$

5. Sea f: R → R la función definida por f(x) =$x^2 . e^{-x}$

a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) Esboza la gráfica de f.

6. Dada la función f : R → R definida como f(x) = a·sen(x) +bx^2+cx+d, determina los valores de las constantes a, b, c y d sabiendo que la gráfica de f tiene tangente horizontal en el punto (0,4) y que la segunda derivada de f es f''(x)= 3senx – 10

7. Sea f : (0, ∞):→ R la función definida por f(x) = ln(x^2+3x), donde ln denota el logaritmo neperiano.

a) Determina, si existen, los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente a la gráfica es paralela a la recta de ecuación x-2y+1=0

b) Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x=3.

8. Se considera la función derivable f : R -> R definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{a}{x-2} & si\ x < 1 \\ a + \frac{b}{\sqrt{x}} & si\ x \geq 1 \end{cases}$$ Calcula los valores de a y b.

9. Sabiendo que $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{e^x-1} - \frac{m}{2x}\right)$ es finito, calcula m y el valor del límite.

10. Sea f : R → R la función dada por f(x) = ax^3 + bx^2+ cx + d. Halla los coeficientes a, b, c y d sabiendo que f presenta un extremo local en el punto de abscisa x = 0, que (1,0) es punto de inflexión de la gráfica de f y que la pendiente de la recta tangente en dicho punto es - 3.

11. Considera la función derivable f : R → R definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - e^{-x}}{2x} & si\ \ x < 0 \\ ax + b & si\ x \geq 0 \end{cases}$$

a) Calcula a y b.

b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto x = -1.

12. Sea f la función definida como $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$.

a) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f.
b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
c) Esboza la gráfica de f

13. Se dispone de 6 m^2 de cartón para construir una caja en forma de prisma recto de base cuadrada con tapa. ¿Qué dimensiones debe tener la caja para qué el volumen encerrado sea máximo?

14. Determina la función f: $\Re \to \Re$ tal que f´(x) = (2x+1)e^{-x} y su gráfica pasa por el origen de coordenadas.

15. Se desea construir una lata de conservas en forma de cilindro que tenga una superficie total de 200m^2. Determina el radio de la base y la altura de la lata para que el volumen sea máximo

16. Realiza las siguientes integrales:

a) $\int \frac{x^3+x}{x^3+4x^2+5x+2}dx$ **b)** $\int \frac{-x^2}{x^2+x-2}\,dx$ **c)** $\int e^x\,sen(x)dx$

d) $\int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{x+2}}$ **Sugerencia realiza el cambio** $\sqrt{x+2} = t$

e) $\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$ **f)** $\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}$ **sugerencia** ($t = \sqrt[4]{x}$)

g) $\int \frac{x^2}{(1+x^3)^{\frac{3}{2}}}dx$ **(sugerencia** $t = 1 + x^3$**)** **h)** $\int_0^1 \frac{x^2+1}{(x+1)^2}dx$

17. Sea g: $\Re \to \Re$ la función definida por g(x)=$-x^2+6x-5$.

a) (1 punto) Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de g en el punto de abscisa x=4:
b) (1.5 puntos) Esboza el recinto limitado por la gráfica de g y el eje X. Calcula el área de este recinto.

18. Halla los máximos, mínimos y puntos de inflexión de la curva: f(x)=x^3-3x+2. Di dónde es creciente, decreciente, cóncava y convexa.

BLOQUE ÁLGEBRA

19. Sean las matrices A = $\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
a) Encuentre el valor o valores de x de forma que B^2=A
b) Determine x para que A . B = I

20. Determinar la matriz x que verifica la ecuación A^2.X – B = A.X, donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

21. Realiza lo que se te indique:

a) Encuentra los valores de a para los que la matriz $A = \begin{pmatrix} a & -1 & -1 \\ -1 & a & 1 \\ a-2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ no es invertible

b) Calcula A^{-1} para a = 2.

22. Sea el sistema $\begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=1 \\ x+y+az=1 \end{cases}$

a) Discute el sistema según los valores de a

b) Resuélvelo para a=1

23. Sea el sistema

$$\begin{cases} 2x+y-z=1 \\ x+my+z=2 \\ 3x+y-mz=3 \end{cases}$$

a) Discutir según los valores del parámetro m el sistema.

b) Resuelve el sistema para m=0

BLOQUE GEOMETRÍA

24. Haz en cada apartado lo que se te indique:

a) Estudia la posición relativa de las rectas

$r: (x,y,z)=(1,-1,0)+t(1,1,2) \quad s: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$

b)Halla la ecuación general del plano que pasa por el punto $A(2,-3,5)$ y un vector normal es $\vec{n}=(6,-1,-4)$

c)Halla el área del triángulo de vértices $A(1,2,1)$, $B(1,-1,0)$ y $C(2,1,1)$

25. Halla el punto simétrico de P(2, 1, −5) respecto de la recta r definida por $\begin{cases} x-z=0 \\ x+y+2=0 \end{cases}$

26. Sea la recta r dada por $\begin{cases} x+z=1 \\ y=-1 \end{cases}$ y sea s la recta definida por $\begin{cases} x=2+\lambda \\ y=2 \\ z=2+2\lambda \end{cases}$. Teniendo en cuenta que se cruzan.

a) Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s.

b) Calcula la distancia entre r y s

27. Sean los puntos A(0,0,1) ,B(1,0,-1) ,C(0,1,- 2) y D(1,2,0) .

a) Halla la ecuación del plano π determinado por los puntos A, B y C.

b) Demuestra que los cuatro puntos no son coplanarios.

c) Calcula la distancia del punto D al plano π.

28. Dadas las rectas r: $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-k}{1}$ y s: $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{3}$.

a) Halla el valor de k para que las rectas estén contenidas en el mismo plano.

b) Para el valor de k obtenido en el apartado anterior, determinar la ecuación general del plano que contiene a ambas.

29. Estudiar la posición relativa del plano $\pi: 5x+ky-2z+1=0$ y la recta r: $\begin{cases} x=\lambda \\ y=-1+2\lambda \\ z=1-\dfrac{\lambda}{2} \end{cases}$, según los valores del parámetro