Jueves 29 de noviembre de 2017

Ejercicio 1. Problema de optimización.

Se considera una ventana rectangular en la que el lado de arriba se ha sustituido por un triángulo equilátero. Calcula la longitud de sus lados sabiendo que su perímetro es 6,6m, de forma que el área que encierra sea máxima.

Ejercicio 2. Continuidad de funciones.

Halla ***a*** y ***b*** sabiendo que es continua la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x + \cos(x) + ae^x}{x^2} & si\ x \neq 0 \\ b\ si\ x = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 3. Recta tangente y normal.

Sea la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida como $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c.$

Determina los valores de ***a***, ***b*** y ***c*** sabiendo que la función tiene un punto de inflexión de abcisa $\boldsymbol{x = \frac{1}{2}}$ y que la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abcisa ***x=0*** tiene la ecuación ***y = 5 – 6x***

Ejercicio 4. Asíntotas. Monotonía. (*)

Sea la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}\backslash\{-1,2\}$ definida como $f(x) = \frac{2x^2}{(x+1)(x-2)}$

a)Estudia y calcula las asístontas de la gráfica de f.

b)Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

c)Calcula, si existe, algún punto de la gráfica de f que corte a la asíntota horizontal.

Jueves 14 de diciembre de 2017

Ejercicio 6. **Integral indefinida. (Racional)**

Calcula $\int \frac{-x^2}{x^2+x-2}\, dx$

Ejercicio 7. **Integral indefinida. (Partes)**

Calcula $\int e^x\, sen(x) dx$

Ejercicio 8. **Integral indefinida. (Cambio de variable)**

Calcula $\int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{x+2}}$ **Sugerencia realiza el cambio** $\sqrt{x+2} = \boldsymbol{t}$

Ejercicio 8. **Derivabilidad y extremos absolutos. (*)**

Sea la función derivable $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida como $f(x) = \begin{cases} a - x \ si \ x \leq 1 \\ \frac{b}{x} + lnx \ si \ x > 1 \end{cases}$

a) Calcula ***a*** y ***b***
b) Para ***a=3*** y ***b=2*** calcula los extremos absolutos de f en el intervalo ***[0, e]***

Jueves 20 de diciembre de 2017

Ejercicio 9. Integral indefinida. (Concepto de primitiva)(*)

Determina la función $f:(0,+\infty)\longrightarrow\mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x)=\ln(x)$ **y que su gráfica tiene una tangente horizontal en el punto** $P(1,2)$.

Ejercicio 10. Integral definida. Regla de Barrow.

Determina el polinomio $P(x)$ **sabiendo que** $P(0)=P(2)=1$ y $\int_0^2 P(x)dx=\frac{1}{3}$.

Ejercicio 11. Integral definida. Regla de Barrow.

Se sabe que la función $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ **definida por** $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ **tiene un extremo relativo en el punto de abscisa** $x=0$ **y que su gráfica tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa** $x=-1$. **Conociendo además que** $\int_0^1 f(x)dx=6$.

Calcula a, b y c.

Ejercicio 12. Integral definida. Regla de Barrow.

Sea $I=\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$. **Calcula el valor de** I.

Jueves 11 de enero de 2018.

<u>Ejercicio 13.</u> Área del recinto delimitado por una función.

Sea la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = |x^2 - 4|$.

a) Haz un esbozo de la gráfica de *f*.
b) Calcula el área del recinto delimitado por la gráfica de *f* y la recta *y = 5*.

<u>Ejercicio 14.</u> Área del recinto delimitado por varias funciones.

Considera el recinto delimitado por las siguientes curvas: $y=x^2$, $y=2-x^2$, $y=4$.

a) Haz un esbozo del recinto y determina los puntos de corte.
b) Calcula el área del recinto.

<u>Ejercicio 15.</u> Área del recinto delimitado por varias funciones.

Sea la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f* que pasa por el punto de abscisa *x=2*.
b) Esboza el recinto delimitado por la gráfica de *f*, la recta *2x+y-7=0* y el eje OX calculando los puntos de corte.
c) Halla el área del recinto descrito en el apartado anterior.

<u>Ejercicio 16.</u> Área del recinto delimitado por varias funciones.

Sea la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$.

a) Halla si existe el punto de la gráfica en el que la recta tangente *es y= 3-x*.
b) Halla el área del recinto delimitado por la gráfica de f y la recta del apartado anterior.

Jueves 18 de enero de 2018.

Ejercicio 17. **Primitiva de una función.**

Determina la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f''(x) = xe^x$. Cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas y tiene un extremo relativo en x=1.

Ejercicio 18. **Problema de optimización.**

Una imprenta recibe un encargo para realizar una tarjeta rectangular con las siguientes características: la superficie rectangular que debe ocupar la zona impresa debe ser de 100 cm^2, el margen superior tiene que ser de 2cm, el inferior de 3cm y los laterales de 5cm cada uno.

Calcula, si es posible, las dimensiones que debe tener la tarjeta de forma que se utilice la menor cantidad de papel posible.

Ejercicio 19. **Aplicaciones de la derivada.**

Considera la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

a) **Estudia los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función *f* y determina los extremos relativos de *f*. (abscisas dónde se obtienen y valores que se alcanzan).**
b) **Halla la ecuación de la recta normal en el punto de abscisa x=0.**

Ejercicio 20. **Área del recinto delimitado por varias funciones.**

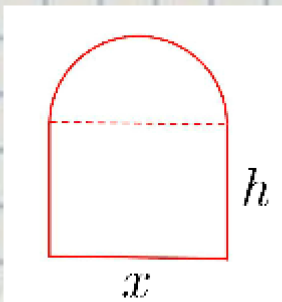
Considera el recinto del primer cuadrante delimitado por el eje $0X$, la recta $y = x$, la gráfica de la función $y = \frac{1}{x^3}$ y la recta $x = 3$.

a) **Esboza el recinto.**
b) **Calcula el área del recinto.**
c) **Si consideras la gráfica de la función $y = \frac{1}{x}$, en lugar $y = \frac{1}{x^3}$, el área del recinto correspondiente ¿será mayor o menor que la del recinto inicial? ¿Por qué?**

Jueves 25 de enero de 2018.

Ejercicio 21. Problema de optimización.

Se quiere hacer una puerta rectangular, coronada por un semicírculo como en la figura. El hueco de la puerta tiene que tener 16 m^2. Si es posible determina la base x para que el perímetro sea mínimo.



Ejercicio 22. Área del recinto delimitado por varias funciones.

Considera la región limitada por las gráficas de las funciones $y = x^2$ e $y = -x^2 + 4x$

a) Esboza la gráfica de la región delimitada por ambas gráficas y determina los puntos de corte de las mismas.
b) Expresa el área como una integral.
c) Calcula el área.

Ejercicio 23. Integral definida.

Calcula $\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}$ sugerencia ($t = \sqrt[4]{x}$)

Ejercicio 24. Asíntotas y aplicaciones de la derivada.

Considera la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ $si\ x \neq 1$.

a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.
b) Estudia los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f y determina los extremos relativos de f. (abscisas dónde se obtienen y valores que se alcanzan).

Jueves 1 de febrero de 2018.

<u>Ejercicio 25.</u> Integral definida.

Considera la función $\boldsymbol{f}$ definida por $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{3+|x|}}$; para $\boldsymbol{x \in [-3,3]}$.

Halla $\boldsymbol{\int_{-3}^{3} f(x)dx}$.

<u>Ejercicio 26.</u> Integral indefinida.

Considera la función $\boldsymbol{f}\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $\boldsymbol{f(x) = arctg(x)}$. Determina una primitiva de *f* que pase por el punto $\boldsymbol{(0,\pi)}$.

<u>Ejercicio 27.</u> Integral indefinida.

Considera la función $\boldsymbol{f}$ definida por $\boldsymbol{f(x) = (x+2)ln(x)}$; para $\boldsymbol{x > 0}$.

a) Calcula $\boldsymbol{\int f(x)dx}$

b) Encuentra la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $\boldsymbol{(1,0)}$.

<u>Ejercicio 28.</u> Integral indefinida.

a) Halla $\boldsymbol{\int \frac{x^2}{(1+x^3)^{\frac{3}{2}}} dx}$ (sugerencia $\boldsymbol{t = 1 + x^3}$)

b) Halla la primitiva que pasa por el punto (0,2), de la integral definida del apartado anterior.

<u>Ejercicio 29.</u> Integral definida.

Sea $\boldsymbol{I = \int_0^8 \frac{1}{2+\sqrt{x+1}} dx}$

a) Expresa I aplicando el cambio de variable $\boldsymbol{t = 2 + \sqrt{x+1}}$

b) Calcula el valor de I.

<u>Ejercicio 30.</u> Integral definida.

Halla $\boldsymbol{\int_0^3 \frac{1}{1+\sqrt[3]{x}} dx}$ (sugerencia $\boldsymbol{t = \sqrt[3]{x}}$)

Jueves 8 de febrero de 2018.

<u>Ejercicio 31.</u> Integral definida.

Calcula $\int_0^1 \frac{x^2+1}{(x+1)^2}\,dx$

<u>Ejercicio 32.</u> Integral definida.

Considera la función f **definida por** $f(x) = \sqrt{x} + \frac{ln(x)}{x}$; para $x > 0$.

a) **Halla todas las primitivas de** f
b) **Calcula** $\int_1^3 f(x)dx$
c) **Encuentra la primitiva de f que toma el valor 3 para x=1.**

<u>Ejercicio 33.</u> Integral definida.

Calcula el valor de a>0 para el que se verifica $\int_0^a \frac{x}{2+x^2}\,dx = 1$

<u>Ejercicio 34.</u> Integral indefinida.

Halla $\int \frac{\sqrt{2x+1}}{2x+1+\sqrt{2x+1}}\,dx$ **(sugerencia** $t = \sqrt{2x+1}$**)**

<u>Ejercicio 35.</u> Integral indefinida.

Determina la función $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ **tal que:**

$$f''(x) = -2sen(2x), f(0) = 1, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

<u>Ejercicio 36.</u> Integral definida.

Halla $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\,dx$ **(sugerencia** $t = \sqrt{x}$**)**

Jueves 15 de febrero de 2018.

Ejercicio 37. Integral indefinida.

Calcula $\int \frac{-x^2}{x^2+x-2} dx$

Ejercicio 38. Integral indefinida.

Halla $\int \frac{dx}{(x-2)+\sqrt{x+2}}$ **(sugerencia** $t = \sqrt{x+2}$**)**

Ejercicio 39. Integral indefinida.

Calcula $\int e^{2x} sen(x) dx$

Ejercicio 40. Integral definida.

Considera la función f **definida por** $f(x) = \frac{ln(x)}{2x}$; para $x > 0$.

Encuentra la primitiva de f tal *F(1)=2*.

Ejercicio 41. Integral indefinida.

Considera la función f **definida por** $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2(x-1)}$; para $x \neq 0$ y $x \neq 1$.

Encuentra la primitiva de qué pasa por el punto (2,ln2).

Ejercicio 42. Integral definida.

Calcula $\int_0^{\pi} x^2 sen(x) dx$

Jueves 22 de febrero de 2018.

<u>Ejercicio 43.</u> Integral indefinida.

Determina una función $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ **sabiendo que** ***f(1)=-1*** **y que:**

$$f'(x)=\begin{cases}x^2-2x\ si\ x<0\\ e^x-1\ si\ x\geq 0\end{cases}$$

<u>Ejercicio 44.</u> Integral definida.

Calcula $\int_{-1}^{1} ln(4-x)dx$

<u>Ejercicio 45.</u> Integral indefinida.

Considera la función f **definida por** $f(x)=\frac{x+9}{(x+1)(x-3)}$; para $x\in[-1,3]$.

Determina la primitiva de ***f*** **cuya gráfica pasa por el punto (1,0).**

<u>Ejercicio 46.</u> Integral definida.

Halla $\int\frac{dx}{(2x)(x+\sqrt{x})}$ **(sugerencia** $t=\sqrt{x}$**)**

<u>Ejercicio 47.</u> Integral definida.

Calcula $\int_0^1\frac{x^2}{x^2-2x-4}dx$

<u>Ejercicio 48.</u> Integral definida.

Calcula $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{x}{cos^2(x)}dx$

Jueves 1 de marzo de 2018.

Festivo.

Jueves 8 de marzo de 2018.

Huelga.

Jueves 15 de marzo de 2018.

Ejercicio 49. Discusión de sistemas de ecuaciones lineales dependiendo de un parámetro.

Considera el sistema dado por $AX = B$.

A=$\begin{pmatrix} m & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & m \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ m-2 \\ 3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

a) Determina, si existen, los valores de m para los que el sistema solución única.
b) Determina, si existen, los valores de m para los que el sistema no tiene solución.
c) Determina, si existen, los valores de m para los que el sistema tiene al menos dos solución.
   Halla todas las soluciones en dichos casos.

Ejercicio 50. Discusión de sistemas de ecuaciones lineales dependiendo de un parámetro.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + y + (a-1)z = a - 1 \\ x - ay - 3z = 1 \\ x + y + 2z = 2a - 2 \end{cases}$$

a) Resuelve el sistema para a=1
b) Determina, si existe, el valor de *a* para el que $(x, y, z) = (1, -3, a)$ es la única solución del sistema dado.