EJERCICIOS SELECTIVIDAD: MATRICES-DETERMINANTES.

1.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 4 & 2 & -2\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 5\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$

a) Calcula la matriz inversa de $(A+B)$

b) Calcula el determinante de $2A^{-1}(A+B)^t$**, siendo** $(A+B)^t$ **la matriz traspuesta de** $(A+B)$**.**

2.

Considera las matrices: $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ **,** $B=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1\\ 2 & -1 & 1\end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$

Determina, si existe, la matriz X **que verifica que** $ABX-2C=CX$**.**

3.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$

a) Comprueba que $A\cdot A^t-2A=I$ **(**A^t **denota la traspuesta de** A **e** I **la matriz identidad).**

b) Calcula A^{-1}**.**

c) Determina, si existe, la matriz X **que verifica** $XA+I=3A$**.**

4.

Sea A **una matriz** $3\mathrm{x}3$ **tal que** $\det(2A)=8$**.**

a) ¿Cuánto vale $\det(A)$**?**

b) Siendo B **la matriz que se obtiene de** A **multiplicando por 3 la primera fila y por** -1 **la tercera, ¿cuánto vale** $\det(B)$**?**

c) Determina los valores de x **para los que la siguiente matriz** A **verifica que** $\det(2A)=8$**,**

$$A=\begin{pmatrix}x & 1 & 1\\ x+1 & 2 & 2\\ x & -x+2 & 1\end{pmatrix}$$

5.

Considera las matrices: $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & m-1\\ 0 & m-1 & 2-m\\ 0 & -1 & 2-m\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}$

a) Determina los valores de m **para los que la matriz** A **no tiene inversa.**

b) Para $m=1$**, calcula, si existe, la matriz** X **que verifica la igualdad** $A^{-1}XA+I=B$**, siendo** I **la matriz identidad.**

6.

Considera $A=\begin{pmatrix} k & 0 & k \\ k+1 & k & 0 \\ 0 & k+1 & k+1 \end{pmatrix}$

a) Discute el rango de A **según los valores de** k**.**

b) Para $k=1$**, calcula el determinante de** $2\left(A^t\cdot A^{-1}\right)^{2017}$**, siendo** A^t **la traspuesta de** A**.**

7.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -8 & 7 & 4 \\ 8 & -6 & -3 \end{pmatrix}$

a) Halla la matriz X **que verifica** $A\cdot X+B=2A$**.**

b) Calcula B^2 **y** B^{2016}**.**

8.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Determina, si existe, la matriz X **que verifica** $A\cdot X+B^2=B\cdot X+A^2$**.**

9.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix} k & 1+k \\ 1-k & 0 \end{pmatrix}$**. Determina, si existen, los valores de** k **en cada uno de los casos siguientes: a)** $Rango(A)=1$**. b)** $A^2=A$**. c)** A **tiene inversa. d)** $\det(A)=-2$**.**

10.

Considera la matriz: $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda+1 \\ \lambda & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Determina, si existen, los valores de λ **para los que** $A^{-1}=2I-A$ **(siendo** I **la matriz identidad de orden 3).**

b) Determina, si existen, los valores de λ **para los que la matriz** $A+A^t$ **no tiene inversa (**A^t **es la matriz traspuesta de** A**).**

11.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$**,** $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcula el rango de $A\cdot B^t+\lambda I$ **según los valores de** λ **(**B^t **es la matriz traspuesta de** B**,** I **es la matriz identidad de orden 3).**

b) Calcula la matriz X **que verifica:** $C\cdot X-X=2I$

12.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & m\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ -2 & m & 0\\ 3 & 2 & m\end{pmatrix}$

a) Encuentra el valor, o los valores, de m **para los que** A **y** B **tienen el mismo rango.**

b) Determina, si existen, los valores de m **para los que** A **y** B **tienen el mismo determinante.**

13.

Halla la matriz X **que verifica la igualdad** $A\cdot X\cdot A^{-1}+B=C\cdot A^{-1}$ **sabiendo que**

$$A=\begin{pmatrix}0 & -1 & 0\\ -1 & -3 & 0\\ 1 & 4 & 1\end{pmatrix}\ ,\quad C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & 0 & -1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}\ ,\quad B\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & -1\\ -1 & -5 & -3\end{pmatrix}$$

14.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & m\\ m-1 & 0 & 2\\ 0 & 1-m & 0\end{pmatrix}$

a) Halla el valor, o valores, de m **para los que la matriz** A **tiene rango 2.**

b) Para $m=1$**, determina** A^{2015}**.**

15.

Considera las matrices: $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}4 & -1\\ 4 & 1\end{pmatrix}$

a) Halla el determinante de una matriz X **que verifique la igualdad** $X^2\cdot A\cdot X=B$**.**

b) Determina, si existe, la matriz Y **que verifica la igualdad** $A^2\cdot Y\cdot B^{-1}=A$**.**

16.

Considera las matrices: $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 4 & 9\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$

a) Halla la matriz X **que verifica** $A\cdot X-B=I$ **(I denota la matriz identidad de orden 3).**

b) Calcula el determinante de la matriz $(A^2\cdot B^{-1})^{2015}$

17.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}$ **;** $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -2 & 1 & 0\\ 3 & 2 & 1\end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -1 & 5 & 0\end{pmatrix}$

a) Determina la matriz X **para la que** $A^t\cdot X\cdot B^{-1}=C$**, (**A^t **la matriz traspuesta de** A**).**

b) Calcula el determinante de $B^{-1}(C^t\cdot C)\cdot B$**, (**$C^t$ **la matriz traspuesta de C).**

18.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1&-1&1\\1&-1&0\\-1&2&3\end{pmatrix}$

Determina, si existe, la matriz X **que verifica** $A\cdot X+B=A^2$

19.

Se sabe que el determinante de la matriz $A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}$ **es** -3**, calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:**

a) $\det(-2A)$ **y** $\det(A^{-1})$

b) $\begin{vmatrix}a_{21}&a_{22}&a_{23}\\7a_{11}&7a_{12}&7a_{13}\\2a_{31}&2a_{32}&2a_{33}\end{vmatrix}$ **y** $\begin{vmatrix}a_{11}&a_{21}+2a_{31}&5a_{31}\\a_{12}&a_{22}+2a_{32}&5a_{32}\\a_{13}&a_{23}+2a_{33}&5a_{33}\end{vmatrix}$

20.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1&0&2\\1&1&1\\2&3&0\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}2&0&-3\\3&-1&-3\\-1&-2&-1\end{pmatrix}$

a) Calcula A^{-1}.

b) Hallar la matriz X **que verifica** $A^t\cdot X+B=I$**, siendo** I **la matriz identidad y** A^t **la matriz traspuesta de** A.

21.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1+m&1\\1&1-m\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1&-1\\1&0\end{pmatrix}$

a) ¿Para qué valores de m **se verifica que** $A^2=2A+I$ **?.**

b) Para $m=1$**, calcula** A^{-1} **y la matriz** X **que satisface** $A\cdot X-B=A\cdot B$.

22.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-2&1\\0&-5&3\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&1&1\\1&0&0\end{pmatrix}$

Halla la matriz X **que verifica:** $A^{-1}\cdot X\cdot A=B-A$.

23.

Se sabe que el determinante de la matriz $A=\begin{pmatrix}a&b&c\\b&d&e\\c&e&f\end{pmatrix}$ **es** 3**, calcula los siguientes determinantes, indicando, en cada caso, las propiedades que utilices:**

a) $\det(A^3)$, $\det(A^{-1})$ **y** $\det(A+A^t)$; **b)** $\begin{vmatrix}a&b&c\\c&e&f\\2b&2d&2e\end{vmatrix}$; **c)** $\begin{vmatrix}a&b&4a-c\\b&d&4b-e\\c&e&4c-f\end{vmatrix}$

24.

Sabiendo que el determinante de la matriz $A=\begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ **es 2, calcula los siguientes determinantes indicando, en cada caso, las propiedades que utilices:**

a) $\det(3A)$ **.b)** $\det(A^{-1})$**.c)** $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3x & 2y & z \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix}$**.d)** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x+2 & y+4 & z+6 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$