

EJERCICIOS DE SISTEMAS DE ECUACIONES DE SELECTIVIDAD:

1.

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

- Determina los valores de λ para los que la matriz $A + \lambda I$ no tiene inversa (I es la matriz identidad).
- Resuelve $AX = -3X$. Determina, si existe, alguna solución con $x = 1$.

2.

Considera las matrices: $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; $M = (-1 \ 1 \ 2)$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

- Calcula BM .
- Razona si el sistema dado por $A \cdot X = B$ tiene solución o no y, en caso afirmativo, cuántas soluciones tiene.
- Resuelve $A \cdot X = B$.

3.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} 3x + ky = 1 \\ 2x - y + kz = 1 \\ x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$$

del que se sabe que para un cierto valor de k es compatible indeterminado.

- Determina el valor de k .
- Resuelve el sistema para $k = 1$.

4.

Considera el sistema de ecuaciones lineales dado por $AX = B$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & m \\ m & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ m \end{pmatrix}$$

- Discute el sistema según los valores de m .
- Para $m = 2$, si es posible, resuelve el sistema dado.

5.

Considera el sistema de ecuaciones lineales dado por $AX = B$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & m-2 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} m \\ 2m+1 \\ m-1 \end{pmatrix}$$

- Discute el sistema según los valores de m .
- Para $m = 2$, calcula, si es posible, una solución del sistema anterior para la que $z = 17$.

6.

Se considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} (3\alpha - 1)x + 2y &= 5 - \alpha \\ \alpha x + y &= 2 \\ 3\alpha x + 3y &= \alpha + 5 \end{aligned} \right\}$$

- Discútelo según los valores del parámetro α .
- Resuélvelo para $\alpha = 1$ y determina en dicho caso, si existe, alguna solución donde $x = 4$.

7.

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{ \begin{aligned} x + \lambda y + z &= \lambda \\ \lambda x + y + z &= 1 \\ x + y + \lambda z &= 1 \end{aligned} \right.$$

- Determina, si existen, los valores de λ para los que el sistema tiene infinitas soluciones
- Resuelve el sistema para $\lambda = -2$.

8.

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

- Estudia, según los valores de λ , el rango de la matriz $A - \lambda I$, siendo I la matriz identidad de orden tres.

- Resuelve el sistema dado por $(A - 2I) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

9.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{ \begin{aligned} x + (\lambda + 1)y + z &= 1 \\ \lambda y + z &= 0 \\ \lambda y + \lambda z &= \lambda \end{aligned} \right.$$

- Discútelo según los valores de λ .
- Resuélvelo para $\lambda = 0$.
- Determina, si existe, el valor de λ para el que hay una solución en la que $z = 2$. Calcula esa solución.

10.

Considera el sistema de ecuaciones dado en forma matricial mediante $AX = B$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & m+2 & m \\ 1 & 1 & m+2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1-m \\ m \\ 7 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- Discute el sistema según los valores de m .
- Resuelve el sistema para $m = -3$ y determina en dicho caso, si existe, una solución en la que $x = 2$.

11.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:
$$\left. \begin{aligned} 2x - 4y + 2z &= 1 \\ 5x - 11y + 9z &= \lambda \\ x - 3y + 5z &= 2 \end{aligned} \right\}$$

- Discute el sistema según los valores de λ .
- Resuélvelo, si es posible, para $\lambda = 4$.

12.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{aligned} \lambda x + y - z &= -1 \\ \lambda x + \lambda z &= \lambda \\ x + y - \lambda z &= 0 \end{aligned} \right\}$$

- Discute el sistema según los valores de λ .
- Resuelve el sistema para $\lambda = 0$.

13.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\left\{ \begin{aligned} \lambda x + \lambda y + \lambda z &= 0 \\ \lambda x + 2y + 2z &= 0 \\ \lambda x + 2y + z &= 0 \end{aligned} \right.$$

- Discute el sistema según los valores de λ .
- Determina, si existen, los valores de λ para los que el sistema tiene alguna solución en la que $z \neq 0$.

14.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\left\{ \begin{aligned} x + \alpha z &= 2 \\ 2x + \alpha y &= \alpha + 4 \\ 3x + y + (\alpha + 4)z &= 7 \end{aligned} \right.$$

- Discute el sistema según los valores de α .
- Resuelve el sistema para $\alpha = 2$.

15.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \alpha x + y + 3z = 4 \\ x + y - 2z = -2 \\ -x + 2y + (3 + \alpha)z = 4 + \alpha \end{cases}$$

- a) Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema dado tiene solución única.
b) Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema dado tiene al menos dos soluciones. Halla todas las soluciones en dichos casos

16.

Considera el sistema dado por $A \cdot X = B$

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & \alpha \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha - 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- a) Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema tiene solución única.
b) Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema no tiene solución.
c) Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema tiene al menos dos soluciones. Halla todas las soluciones en dichos casos.

17.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} 2x + y + (\alpha - 1)z = \alpha - 1 \\ x - \alpha y - 3z = 1 \\ x + y + 2z = 2\alpha - 2 \end{cases}$$

- a) Resuelve el sistema para $\alpha = 1$.
b) Determina, si existe, el valor de α para el que $(x, y, z) = (1, -3, \alpha)$ es la única solución del sistema dado.

18.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 3y + z = 5 \end{cases}$$

- a) Calcula α de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma $\alpha x + y - 7z = 1$ el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el original.
b) Calcula las soluciones del sistema dado tales que la suma de los valores de las incógnitas sea 4.

19.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} x + (m + 1)y + 2z = -1 \\ mx + y + z = m \\ (1 - m)x + 2y + z = -m - 1 \end{cases}$$

- a) Discute el sistema según los valores del parámetro m .
b) Resuélvelo para $m = 2$. Para dicho valor de m , calcula, si es posible, una solución en la que $z = 2$.

20.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales,
$$\left. \begin{aligned} \lambda y + (\lambda + 1)z &= \lambda \\ \lambda x + z &= \lambda \\ x + \lambda z &= \lambda \end{aligned} \right\}$$

- a) Discute el sistema según los valores del parámetro λ .
- b) Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.
- c) Para $\lambda = 0$, si es posible, da tres soluciones distintas.

21.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:
$$\left. \begin{aligned} mx - 2y + z &= 1 \\ x - 2my + z &= -2 \\ x - 2y + mz &= 1 \end{aligned} \right\}$$

- a) Discute el sistema según los valores del parámetro m .
- b) Si es posible, resuelve el sistema para $m = -2$.

22.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{aligned} x - y + mz &= 0 \\ mx + 2y + z &= 0 \\ -x + y + 2mz &= 0 \end{aligned} \right\}$$

- a) Halla los valores del parámetro m para los que el sistema tiene una única solución.
- b) Halla los valores del parámetro m para los que el sistema tiene alguna solución distinta de la solución nula.
- c) Resuelve el sistema para $m = -2$.