POLINOMIOS

Un **polinomio** es la suma o resta de varios monomios.

– Cada uno de los sumandos se llama **término** del polinomio.

– Los términos que no tienen parte literal se denominan **términos independientes**.

– El **grado de un polinomio** es el del monomio de mayor grado.

EJEMPLO

POLINOMIO	TÉRMINOS	TÉRMINO INDEPENDIENTE	GRADO DEL POLINOMIO
$2x^3 - 3x - 1$	$2x^3$; $-3x$; -1	-1	3, que es el grado de $2x^3$
$-2xy + 9$	$-2xy$; 9	9	2, que es el grado de $-2xy$
$-5x$	$-5x$	No tiene	1, que es el grado de $-5x$

1 **Completa esta tabla.**

POLINOMIO	TÉRMINOS	TÉRMINO INDEPENDIENTE	GRADO DEL POLINOMIO
$-2x^3 + 3x - 5$			
$5ab - 5ax^2b$			
$x^3 - 2x^2 - x - 3$			
$6x - 7$			
$5xy - 2y$			
$\frac{2}{3}a^2b + 1$			
$3xy + 5xy^2$			

2 **Escribe un polinomio de grado 3 que tenga un término, otro con dos términos y un tercero con tres términos.**

3 **Indica el grado de los siguientes polinomios.**

a) $-x + 3x^2 \rightarrow$ Grado =

b) $x^2y - 3x \longrightarrow$ Grado =

c) $2x^5 - x \longrightarrow$ Grado =

d) $-5x^4 - x^3 - 8 \rightarrow$ Grado =

4 **Halla el valor numérico del polinomio $x^2 - 2x + 1$ para los valores que se indican.**

VALOR	VALOR NUMÉRICO DEL POLINOMIO
$x = 0$	$0^2 - 2 \cdot 0 + 1 = 0 - 0 + 1 = 1$
$x = 1$	
$x = -2$	

SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS

Para **sumar** o **restar polinomios** se suman o restan los monomios semejantes.

EJEMPLO

$A(x) = 2x^2 + 5$

$B(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 3$

$$\begin{array}{r} 2x^2 \qquad\quad + 5 \\ +\ x^3 - 5x^2 - 2x + 3 \\ \hline x^3 - 3x^2 - 2x + 8 \end{array}$$

$\mathbf{A(x) + B(x)} = (2x^2 + 5) + (x^3 - 5x^2 - 2x + 3) =$

$= x^3 - 3x^2 - 2x + 8$

$\mathbf{A(x) - B(x)} = (2x^2 + 5) - (x^3 - 5x^2 - 2x + 3) =$

$= 2x^2 + 5 - x^3 + 5x^2 + 2x - 3 =$

$= -x^3 + 7x^2 + 2x + 2$

$$\begin{array}{r} 2x^2 \qquad\quad + 5 \\ -x^3 + 5x^2 + 2x - 3 \\ \hline -x^3 + 7x^2 + 2x + 2 \end{array}$$

5 **Dados los polinomios $A(x) = 6x^2 - 8x + 1$ y $B(x) = -9x^2 - 2x + 7$, calcula.**

a) $A(x) + B(x)$

b) $A(x) - B(x)$

c) $B(x) - A(x)$

6 **Dados los polinomios $A(x) = x^3 - 3x + 2$, $B(x) = -2x^2 + 7x$ y $C(x) = -x^3 - 2$, calcula.**

a) $A(x) + B(x) + C(x)$

b) $A(x) + B(x) - C(x)$

c) $A(x) - B(x) - C(x)$

7 **Escribe los siguientes polinomios de forma reducida.**

$P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5x^3 + 4x^2 - 7x + 2x^3$
$Q(x) = -4x^2 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 2x^2 + 5x^3 - 1$
$R(x) = 2x^4 - 6x^3 + 4x + 2x^2 - 3x^3 + 8x - 2$

$P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5x^3 + 4x^2 - 7x + 2x^3 = 3x^3 - 5x^3 + 2x^3 + 2x^2 + 4x^2 - 7x = 6x^2 - 7x$

8 **Con los polinomios reducidos del ejercicio anterior, calcula.**

a) $P(x) + Q(x)$ b) $Q(x) + R(x)$ c) $Q(x) - R(x)$ d) $P(x) - Q(x)$

PRODUCTO DE POLINOMIOS

Para calcular el **producto de dos polinomios** se multiplica cada monomio del primer polinomio por cada monomio del segundo. A continuación, se reducen los monomios semejantes.

EJEMPLO

$A(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 1$
$B(x) = 2x^2 + 3x$

$$\begin{array}{rrrrrr}
 & & x^3 & -5x^2 & -2x & +1 \\
\times & & & & 2x^2 & +3x \\
\hline
 & & 3x^4 & -15x^3 & -6x^2 & +3x \\
2x^5 & -10x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & \\
\hline
2x^5 & -7x^4 & -19x^3 & -4x^2 & +3x &
\end{array}$$

$\mathbf{A(x) \cdot B(x)} \rightarrow 2x^5 - 7x^4 - 19x^3 - 4x^2 + 3x$

9 **Dados los polinomios $A(x) = -4x^3 + 6x^2 - 8x + 1$ y $B(x) = 2x^2 - 7$, calcula.**

a) $A(x) \cdot B(x)$ b) $B(x) \cdot 3x$ c) $A(x) \cdot x$ d) $B(x) \cdot (-3x)$

SACAR FACTOR COMÚN

Una aplicación de la propiedad distributiva es **sacar factor común**. Esta operación consiste en extraer como factor común el monomio que se repite en todos los términos.

EJEMPLO

EXPRESIÓN	FACTOR COMÚN	SACAR FACTOR COMÚN
$5x + 5y$	5	$5(x + y)$
$7x^2 - 3x$	x	$x(7x - 3)$
$5x^2 - 5x$	$5x$	$5x(x - 1)$
$3x^2 - 12x + 15x^3$	$3x$	$3x(x - 4 + 5x^2)$

10 **Extrae factor común en las siguientes expresiones.**

a) $3b + 4b$ c) $15x^4 - 5x^2 + 10x$ e) $12x^2 - 3x^2 + 9x^3$

b) $3a + 6b + 12$ d) $6x^2y + 4xy^2$ f) $10xy^2 - 20xy + 10x^2y$

11 **Simplifica las fracciones, sacando factor común en el numerador y en el denominador.**

a) $\dfrac{10x^3 + 10x}{5x} = \dfrac{10x(x^2 + 1)}{5x} = \dfrac{2 \cdot \cancel{5x}(x^2 + 1)}{\cancel{5x}} = \dfrac{2(x^2 + 1)}{1} = 2(x^2 + 1)$

b) $\dfrac{6x^4y^2}{-3x^3y^2} =$

c) $\dfrac{a^3b^3}{a^3b} =$

d) $\dfrac{12m^3}{12m} =$

e) $\dfrac{4 - 6a}{6a^2 - 9a^3} =$

f) $\dfrac{x^2y^2 - x^3y^2}{x^2y^2} =$

IGUALDADES NOTABLES

Las **igualdades notables** son ciertas igualdades cuya aplicación resulta muy útil para abreviar cálculos con expresiones algebraicas.

Las principales igualdades notables son:

Cuadrado de una suma: $(a+b)^2$

Cuadrado de una diferencia: $(a-b)^2$

Suma por diferencia: $(a+b)\cdot(a-b)$

CUADRADO DE UNA SUMA

El **cuadrado de una suma** es igual al cuadrado del primer sumando más el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

$$\mathbf{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

$$\begin{array}{r} a+b \\ \times \quad a+b \\ \hline ba+b^2 \\ a^2+ab \quad\;\; \\ \hline \mathbf{a^2+2ab+b^2} \end{array}$$

1 **Calcula.**

a) $(x+5)^2 =$

b) $(a+2b)^2 =$

c) $(2+x)^2 =$

d) $(xy+1)^2 =$

CUADRADO DE UNA DIFERENCIA

El **cuadrado de una diferencia** es igual al cuadrado del primer sumando menos el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

$$\mathbf{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

$$\begin{array}{r} a-b \\ \times \quad a-b \\ \hline -ba+b^2 \\ a^2-ab \quad\;\; \\ \hline \mathbf{a^2-2ab+b^2} \end{array}$$

2 **Calcula.**

a) $(x-1)^2 =$

b) $(a-6b)^2 =$

c) $(2a-3b)^2 =$

d) $(5-3x)^2 =$

SUMA POR DIFERENCIA

El producto de una **suma por diferencia** es igual a la diferencia de los cuadrados.

$$\mathbf{(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2}$$

$$\begin{array}{r} a+b \\ \times \quad a-b \\ \hline -ba-b^2 \\ a^2+ab \quad\;\; \\ \hline \mathbf{a^2+0-b^2} \end{array}$$

3 **Calcula.**

a) $(x+5)\cdot(x-5) =$

b) $(2a+b)\cdot(2a-b) =$

c) $(7+x)\cdot(7-x) =$

d) $(5a+1)\cdot(5a-1) =$

4 **Expresa en forma de igualdad notable.**

a) $x^2+2x+1 =$

b) $x^2+10x+25 =$

c) $x^2-16 =$

d) $4x^2-4x+1 =$

e) $9a^2-30ab+25b^2 =$

f) $4x^2-36 =$

5 **Simplifica las fracciones, utilizando las igualdades notables.**

a) $\dfrac{x^2-4}{x^2-4x+4} =$

b) $\dfrac{x^2-10x+5^2}{x^2-25} =$