Un **sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas** es un conjunto de dos ecuaciones de las que se busca una solución común.

$$\left.\begin{array}{r}ax + by = k\\ a'x + b'y = k'\end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l}\textbf{Coeficientes} \text{ de las incógnitas: } a, a', b, b'\\ \textbf{Términos independientes: } k, k'\end{array}\right.$$

EJEMPLO

$$\left.\begin{array}{r}\boldsymbol{x + y = 5}\\ \boldsymbol{x - 2y = 2}\end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{Incógnitas: } x, y\\ \text{Coeficientes de las incógnitas: } 1, 1, 1, -2\\ \text{Términos independientes: } 5, 2\end{array}\right.$$

1 **Determina las incógnitas, los coeficientes y los términos independientes de estos sistemas.**

a) $\left.\begin{array}{r}x - 2y = 7\\ 3x - y = 2\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r}-2x + y = -1\\ x - y = 0\end{array}\right\}$

- Una **solución** de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es un par de números que verifica ambas ecuaciones.
- **Resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas** es encontrar sus soluciones.
- **Si un sistema tiene solución**, es decir, si se pueden encontrar dos números que cumplan las dos ecuaciones, se dice que es **compatible**.

EJEMPLO

Comprueba si el siguiente sistema de ecuaciones tiene como solución $x = 4$ e $y = 1$.

$$\left.\begin{array}{r}\boldsymbol{x + y = 5}\\ \boldsymbol{x - 2y = 2}\end{array}\right\}$$

Veamos si la solución del enunciado verifica las dos ecuaciones del sistema.

$$\left.\begin{array}{r}x + y = 5\\ x - 2y = 2\end{array}\right\} \xrightarrow{x=4,\, y=1} \left.\begin{array}{r}4 + 1 = 5\\ 4 - 2 \cdot 1 = 2\end{array}\right\} \begin{array}{l}\rightarrow \text{Cumple la ecuación.}\\ \rightarrow \text{Cumple la ecuación.}\end{array}$$

Por tanto, $x = 4$ e $y = 1$ es una solución del sistema. El sistema es compatible.

2 **Determina si $x = 0$ e $y = -1$ es solución de estos sistemas.**

a) $\left.\begin{array}{r}3x - y = 1\\ x + 4y = 2\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r}x + 4y = 2\\ 3y = -3\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r}x - y = 1\\ 2x + 4y = -4\end{array}\right\}$

Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de sustitución:

a) **Despejar** la incógnita en una de las dos ecuaciones.
b) **Sustituir** la expresión obtenida en la otra ecuación.
c) **Resolver** la ecuación con una incógnita que resulta.
d) **Sustituir** el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones para obtener la otra incógnita.
e) **Comprobar** que la solución obtenida verifica ambas ecuaciones.

EJEMPLO

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de sustitución.

$$\left.\begin{array}{r}x + y = 30\\ x - y = 10\end{array}\right\}$$

a) Elegimos para **despejar** la incógnita x de la segunda ecuación.

$$x = 10 + y$$

b) **Sustituimos** esta incógnita en la primera ecuación.

$$x + y = 30 \xrightarrow{x = 10 + y} (10 + y) + y = 30$$

c) **Resolvemos** la ecuación obtenida.

$$\begin{array}{r}(10 + y) + y = 30\\ 10 + y + y = 30\\ 10 + 2y = 30\\ 2y = 30 - 10\\ y = \dfrac{20}{2}\\ \boxed{y = 10}\end{array}$$

d) **Sustituimos** el valor $y = 10$ en la primera ecuación.

$$\begin{array}{l}x + y = 30\\ x + 10 = 30\\ \boxed{x = 20}\end{array}$$

e) **Comprobamos** la solución obtenida. Para ello hay que sustituir el par de valores (20, 10) en las dos ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{r}x + y = 30\\ x - y = 10\end{array}\right\} \xrightarrow{x=20,\, y=10} \left.\begin{array}{r}20 + 10 = 30\\ 20 - 10 = 10\end{array}\right\} \begin{array}{l}\rightarrow \text{Cumple la ecuación.}\\ \rightarrow \text{Cumple la ecuación.}\end{array}$$

La solución del sistema es el par de valores $x = 20$ e $y = 10$.

Por tanto, el sistema de ecuaciones tiene solución, es decir, es un sistema compatible.

1 **Resuelve el sistema de ecuaciones por el método de sustitución.**

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 5 \\ x - 2y &= 2 \end{aligned}\right\}$$

a) Elegimos para despejar la incógnita y en la primera ecuación.

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 5 \\ x - 2y &= 2 \end{aligned}\right\} \rightarrow y = 5 - x$$

b) Sustituimos esta incógnita en la segunda ecuación.

$$x - 2y = 2 \xrightarrow{y = 5 - x} x - 2(5 - x) = 2$$

c) Resolvemos la ecuación obtenida.

$$\boxed{x = }$$

d) Sustituimos el valor de x obtenido en una de las ecuaciones, por ejemplo, en la primera.

$$x + y = 5$$

$$\boxed{} + y = 2$$

$$\boxed{y = }$$

Solución del sistema: $\boxed{x = }$ $\boxed{y = }$

e) Comprobamos la solución del sistema.

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 5 \\ x - 2y &= 2 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} \boxed{} + \boxed{} &= 5 \\ \boxed{} + 2 \cdot \boxed{} &= 2 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} 5 &= 5 \\ 2 &= 2 \end{aligned}\right\} \rightarrow$$ Si obtenemos este resultado, los valores de x e y son correctos.

2 **Resuelve los sistemas mediante el método de sustitución y comprueba los resultados.**

a) $\left.\begin{aligned} x + 3y &= 8 \\ 2x - y &= 9 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} -x + y &= 7 \\ 3x - y &= 4 \end{aligned}\right\}$

3 **Resuelve mediante el método de sustitución y comprueba la solución del siguiente sistema.**

$$\left.\begin{aligned} \frac{3x-1}{5} + 2y &= 1 \\ y + \frac{3x}{2} &= 2 \end{aligned}\right\}$$

a) Sacamos común denominador.

$$\left.\begin{aligned} \frac{3x-1}{5} + \frac{5 \cdot 2y}{5} &= \frac{5 \cdot 1}{5} \\ \frac{2 \cdot y}{2} + \frac{3x}{2} &= \frac{2 \cdot 2}{2} \end{aligned}\right\}$$

b) Quitamos los denominadores.

$$\left.\begin{aligned} \frac{3x-1}{\cancel{5}} + \frac{10y}{\cancel{5}} &= \frac{5}{\cancel{5}} \\ \frac{2y}{\cancel{2}} + \frac{3x}{\cancel{2}} &= \frac{4}{\cancel{2}} \end{aligned}\right\}$$

De esta manera obtenemos:

$$\left.\begin{aligned} 3x - 1 + 10y &= 5 \\ 2y + 3x &= 4 \end{aligned}\right\}$$

Ahora resuélvelo tal y como has hecho en ejercicios anteriores. No olvides comprobar la solución.

4 **Resuelve mediante el método de sustitución y comprueba el siguiente sistema.**

$$\left.\begin{aligned} \frac{x-2}{3} + y &= 4 \\ x + \frac{y}{3} &= 6 \end{aligned}\right\}$$

Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de igualación:

a) **Despejar** la misma incógnita en las dos ecuaciones.
b) **Igualar** las expresiones obtenidas.
c) **Resolver** la ecuación de una incógnita que resulta.
d) **Sustituir** el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones para obtener la otra incógnita.
e) **Comprobar** la solución obtenida.

EJEMPLO

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de igualación.

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 11 \end{array}\right\}$$

a) Elegimos para **despejar** la incógnita y de las dos ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 1 = y \\ 11 - 3x = y \end{array}\right\}$$

b) **Igualamos** las expresiones obtenidas.

$$2x + 1 = 11 - 3x$$

c) **Resolvemos** la ecuación obtenida.

$$\begin{array}{r} 2x + 1 = 11 - 3x \\ 2x + 3x = 11 - 1 \\ 5x = 10 \\ \boxed{x = 2} \end{array}$$

d) **Sustituimos** el valor $x = 2$ en cualquiera de las ecuaciones. Elegimos la segunda.

$$\begin{array}{r} 3x + y = 11 \\ 3 \cdot 2 + y = 11 \\ 6 + y = 11 \\ \boxed{y = 5} \end{array}$$

e) **Comprobamos** la solución obtenida.

Para ello hay que sustituir el par de valores (2, 5) en las dos ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 11 \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 2,\, y = 5} \left.\begin{array}{r} 2 \cdot 2 - 5 = -1 \\ 3 \cdot 2 + 5 = 11 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to \text{Cumple la ecuación.} \\ \to \text{Cumple la ecuación.} \end{array}$$

La solución del sistema es el par de valores $x = 2$ e $y = 5$.

Por tanto, el sistema de ecuaciones tiene solución, es decir, es un sistema compatible.

1 **Resuelve el sistema mediante el método de igualación y comprueba la solución.**

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 77 \\ x - y = 2 \end{array}\right\}$$

a) Despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 77 \\ x - y = 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to \\ \to \end{array}$$

b) Igualamos las ecuaciones obtenidas.

c) Resolvemos la ecuación de una incógnita obtenida.

d) Sustituimos el valor de una de las incógnitas en cualquiera de las dos ecuaciones del sistema.

e) Comprobamos la solución.

2 **Resuelve los siguientes sistemas mediante el método de igualación y comprueba los resultados.**

a) $\left.\begin{array}{r} x + 2y = 4 \\ 2x - 4y = 0 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 2x + 5y = 10 \\ 4x + 10y = 20 \end{array}\right\}$

3 **Resuelve mediante el método de igualación y comprueba la solución del siguiente sistema de ecuaciones con fracciones.**

$$\left.\begin{array}{r}\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=4\\ x+y=10\end{array}\right\}$$

a) Reducimos a común denominador.

$$\left.\begin{array}{r}\frac{3x}{\cancel{6}}+\frac{2y}{\cancel{6}}=\frac{24}{\cancel{6}}\\ x+y=10\end{array}\right\}$$

b) Quitamos los denominadores.

$$\left.\begin{array}{r}3x+2y=24\\ x+y=10\end{array}\right\}$$

Ahora resuélvelo tal y como has hecho en ejercicios anteriores. No olvides comprobar la solución.

4 **Resuelve mediante el método de igualación y comprueba el siguiente sistema.**

$$\left.\begin{array}{r}\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=6\\ \frac{x}{3}+\frac{2y}{9}=6\end{array}\right\}$$

Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de reducción:

a) **Buscar un sistema equivalente** donde los coeficientes de una misma incógnita sean iguales u opuestos.
b) **Restar** o **sumar** las dos ecuaciones obtenidas, eliminando así una incógnita.
c) **Resolver** la ecuación que resulta.
d) **Sustituir** el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones para obtener la otra incógnita.
e) **Comprobar** la solución obtenida.

EJEMPLO

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de reducción.

$$\left.\begin{array}{r}x+2y=25\\ 2x+3y=40\end{array}\right\}$$

a) **Obtenemos** un sistema equivalente.

Elegimos una incógnita en las dos ecuaciones, en este caso x.

Multiplicamos la primera ecuación por 2.

$$\left.\begin{array}{r}2(x+2y=25)\\ 2x+3y=40\end{array}\right\}$$

Ahora el sistema equivalente es:

$$\left.\begin{array}{r}2x+4y=50\\ 2x+3y=40\end{array}\right\}$$

b) **Restamos** las dos ecuaciones del sistema para eliminar la x.

$$\begin{array}{r}2x+4y=50\\ \underline{-\ (2x+3x=40)}\end{array}\quad\rightarrow\quad\begin{array}{r}2x+4y=\ \ 50\\ \underline{-2x-3y=-40}\\ y=\ \ 10\end{array}$$

c) **Resolvemos** la ecuación de una incógnita que resulta.

$$\boxed{y=10}$$

d) **Sustituimos** el valor obtenido en una de las dos ecuaciones del sistema, en este caso en la primera ecuación.

$$x+2y=25$$
$$x+2\cdot 10=25$$
$$\boxed{x=5}$$

e) **Comprobamos** el resultado.

$$\left.\begin{array}{r}x+2y=25\\ 2x+3y=40\end{array}\right\}\xrightarrow{x=5,\,y=10}\left.\begin{array}{r}5+2\cdot 10=25\\ 2\cdot 5+3\cdot 10=40\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}25=25\\ 40=40\end{array}\right\}$$

La solución del sistema es el par de valores $x=5$ e $y=10$.

Por tanto, el sistema de ecuaciones tiene solución, es decir, es un sistema compatible.

1 **Resuelve el siguiente sistema por el método de reducción y comprueba el resultado.**

$$\left.\begin{aligned} 3x - 2y &= -10 \\ 4x + 5y &= 140 \end{aligned}\right\}$$

a) Obtenemos un sistema equivalente. Elegimos una incógnita, por ejemplo la y.

Multiplicamos la primera ecuación por 5 y la segunda ecuación por 2.

$$\left.\begin{aligned} 5(3x - 2y &= -10) \\ 2(4x + 5y &= 140) \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} 15x - 10y &= -50 \\ 8x + 10y &= 280 \end{aligned}\right\} \text{Sistema equivalente.}$$

b) Sumamos las dos ecuaciones para eliminar la y.

$$\begin{array}{rl} 15x - \cancel{10y} &= -50 \\ +\quad 8x + \cancel{10y} &= 280 \\ \hline 23x \qquad &= 230 \end{array}$$

c) Resolvemos la ecuación obtenida.

$\boxed{x = \quad}$

d) Sustituimos el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones del sistema y obtenemos el valor de y.

e) Comprobamos la solución.

2 **Resuelve por el método de reducción el sistema y comprueba el resultado.**

$$\left.\begin{aligned} 3x + 2y &= 26 \\ 2x - 3y &= -13 \end{aligned}\right\}$$

Elegimos una incógnita:

¿Por qué número tenemos que multiplicar las ecuaciones para que esa incógnita desaparezca al sumarlas?

$$\left.\begin{aligned} \boxed{}(3x + 2y &= 26) \\ \boxed{}(2x - 3y &= -13) \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

Para **resolver un problema** mediante un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, hay que realizar los siguientes pasos.

a) **Comprender** el problema.
b) **Plantear** las ecuaciones y formar el sistema de ecuaciones.
c) **Resolver** el sistema de ecuaciones, mediante cualquiera de los tres métodos.
d) **Comprobar** que la solución cumple las condiciones del enunciado.

EJEMPLO

La suma de las edades de dos hermanos es 29 y, dentro de 8 años, la edad del mayor será el doble que la edad del menor. ¿Cuántos años tiene cada hermano?

a) Leemos el problema las veces que sea necesario hasta comprender su enunciado.

b) Planteamos las ecuaciones y formamos el sistema.

- Elegimos las incógnitas: $x =$ edad del hermano mayor
  $y =$ edad del hermano menor
- Planteamos el problema:

	HOY		DENTRO DE 8 AÑOS
Hermano mayor	x	$\longrightarrow$	$x + 8$
Hermano menor	y	$\longrightarrow$	$y + 8$
	$x + y = 29$		$x + 8 = 2(y + 8)$
	Las dos edades suman 29.		*La edad del mayor será el doble de la del menor.*

- Formamos el sistema de ecuaciones: $\left.\begin{aligned} x + y &= 29 \\ x + 8 &= 2(y + 8) \end{aligned}\right\}$

c) Resolvemos el sistema de ecuaciones. Eligiendo el método de sustitución, despejamos x en la primera ecuación y sustituimos en la segunda.

$$x = 29 - y \rightarrow (29 - y) + 8 = 2(y + 8)$$
$$29 - y + 8 = 2y + 16$$
$$29 + 8 - 16 = 2y + y \rightarrow 21 = 3y \rightarrow y = 7$$

Sustituimos $y = 7$ en la primera ecuación: $x + 7 = 29 \rightarrow x = 29 - 7 = 22$

Por tanto: $x = 22$ años tiene el hermano mayor.
$y = 7$ años tiene el hermano menor.

d) Comprobamos que la solución cumple las condiciones del enunciado: sustituimos los valores obtenidos de x e y ($x = 22$ e $y = 7$) en las dos ecuaciones.

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 29 \\ x + 8 &= 2(y + 8) \end{aligned}\right\} \xrightarrow{x = 22,\, y = 7} \left.\begin{aligned} 22 + 7 &= 29 \\ 22 + 8 &= 2 \cdot (7 + 8) \end{aligned}\right\} \rightarrow 30 = 14 + 16 \rightarrow 30 = 30$$

Por tanto, $x = 22$ e $y = 7$ es solución del problema.

1 **Un alumno realiza un examen de diez preguntas. Por cada pregunta acertada le dan 2 puntos y por cada pregunta que falla le quitan 1 punto. Sabiendo que la calificación final fue de 8 puntos, ¿cuántos aciertos y fallos tuvo?**

a) Leemos despacio el problema.

b) Planteamos las ecuaciones y formamos el sistema.

- Elegimos las incógnitas: $x =$ ....

  $y =$ ....

- Planteamos el problema:

N.º de preguntas acertadas	x	→		Puntuación de preguntas acertadas.
N.º de preguntas falladas	y	→		Puntuación de preguntas falladas.
Total de preguntas: 10	$x + y =$	→		Puntuación total: 8.
	Primera ecuación		Segunda ecuación	

- Formamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = \boxed{} \\ \boxed{} \end{cases}$$

c) Ahora resolvemos el sistema. Elegimos el método de resolución más adecuado.

d) Comprobamos el resultado.

2 **En un hotel hay 120 habitaciones dobles e individuales. Si el número total de camas es 195, ¿cuántas habitaciones hay de cada tipo?**

a) Leemos despacio el problema.

b) Planteamos las ecuaciones y formamos el sistema.

- Elegimos las incógnitas: $x =$ ....

  $y =$ ....

- Planteamos el problema:

Habitaciones dobles	x	→		Camas en habitaciones dobles.
Habitaciones individuales	y	→		Camas en habitaciones individuales.
Total de habitaciones: 120		→		Total de camas: 195.
	Primera ecuación		Segunda ecuación	

- Formamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \boxed{} \\ \boxed{} \end{cases}$$

c) Elegimos un método de resolución y resolvemos el problema.

d) Comprobamos el resultado.

3 **Calcula dos números cuya suma es 10 y su diferencia es 6.**

4 **En un corral hay 25 ovejas y gallinas y contando las patas hay 80 en total. ¿Cuántas ovejas y gallinas son?**

5 **Paloma tiene monedas de 2 € y 1 €. Sabiendo que tiene 20 monedas y que el valor de todas es 33 €, calcula el número de monedas que tiene de cada tipo.**

	MONEDAS	VALOR DE LAS MONEDAS	
De 1 €			
De 2 €			
Total de monedas: 20			Valor total: 33 €.